

T.P. P2 : Mesure du rayon de la Terre par la méthode d'Ératosthène

Ératosthène était un contemporain d'Archimède. Il dirigea la bibliothèque d'Alexandrie, en Egypte vers 250 avant J.-C. Outre une carte du monde détaillée, utilisant pour la première fois les méridiens et les parallèles, on lui doit une valeur remarquablement précise du diamètre de la Terre, qu'il obtint grâce à une méthode ingénieuse.

I.- Mesure du rayon de la Terre par Eratosthène

1) L'erreur d'Anaxagore (3)

Dans la ville de Syène (actuellement Assouan), près du Nil, le jour du solstice d'été, à un instant donné, le fond d'un puits est parfaitement éclairé par le Soleil. Or, à Alexandrie, ville située sur le même méridien, ce même jour, l'ombre portée d'un bâton vertical est au minimum égale au huitième de sa hauteur. En supposant que la Terre était plate et sachant que les caravanes de chameaux joignaient Alexandrie à Syène en 50 jours, en effectuant 100 stades (1) par jour, le philosophe grec Anaxagore (3) put donner une estimation de la hauteur du Soleil au-dessus de la Terre, vers 430 avant Jésus-Christ.

(1) *Le stade est une mesure de longueur de la Grèce ancienne, valant environ 160 m.*

(3) *Anaxagore vécut de -500 à -428. Philosophe et savant grec il enseigna à Athènes: Périclès fut son élève.*

Q.1. : Déterminer la distance d entre Alexandrie et Syène en stades puis en kilomètres, et en déduire la hauteur h du Soleil au-dessus de la Terre. On fera un schéma illustrant le raisonnement d'Anaxagore.

2) La mesure d'Ératosthène (2)

(2) *Ératosthène vécut de -284 à -193 et fut astronome, mathématicien (il travailla sur les nombres premiers) et géographe. Il dirigea également la grande bibliothèque d'Alexandrie.*

2.1. : Ses hypothèses

Il en fit deux :

- la Terre est ronde.
- les rayons qui arrivent à Alexandrie et à Syène sont parallèles entre eux.

Q.2. : Connaissez-vous des observations permettant de justifier la rotondité de la Terre ?

Q.3. : Qu'est-ce qui vous semble justifier la seconde hypothèse ?

2.2. : Calcul du rayon de la Terre

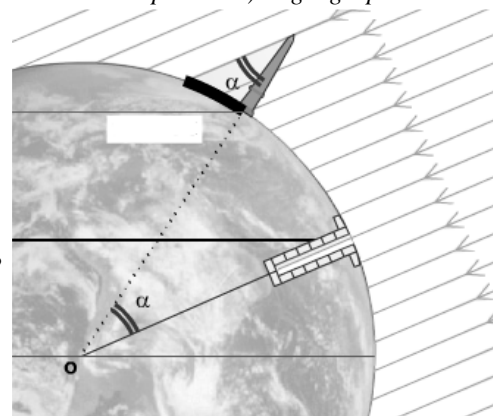
Vers 250 avant Jésus-Christ, avec les mêmes données qu'Anaxagore, mais avec l'hypothèse de la rotondité de la Terre, Ératosthène put donner une première estimation du rayon de la Terre.

S.4. : A partir du schéma précédent, faire un schéma en coupe, en représentant la position des villes de Syène (point S) et d'Alexandrie (point A) au moment où le Soleil éclaire le fond des puits de Syène. On notera O le centre de la Terre. Tracer les rayons lumineux arrivant en S et en A, et placer l'angle α que font entre eux les segments [OA] et [OS].

Q.5. : Connaisant la distance entre les deux villes (cf 1.1), déterminer la circonférence terrestre. En déduire la valeur du rayon terrestre.

Conclusion.

Q.6. : Si la ville considérée n'est plus Alexandrie et n'est plus sur le même méridien que Syène peut-on déterminer le rayon de la Terre par une méthode inspirée de celle d'Ératosthène? Préciser les données à connaître dans ce cas.



II.- Expérience : mesure du rayon d'une sphère par la méthode d'Ératosthène

1) Dispositif expérimental

Une demi-sphère de polystyrène fermée par une plaque de plexiglas est posée sur un cristalliseur. Deux tiges en bois fines t_1 et t_2 sont « plantées » dans cette demi-sphère et passent par son centre O. La tige t_1 est horizontale. On éclaire ce dispositif avec un faisceau de lumière situé à une distance de la boule d'environ 3 à 4 mètres et dont les rayons sont quasi parallèles et horizontaux. Le montage optique comprend une lampe quartz-iode alimentée en 12 Volts et un condensateur. La boule et les tiges étant très fragiles, on les manipulera avec beaucoup de soin.

2) Manipulation

On pourra s'aider des animations sur Internet :

http://www.edumedia-sciences.com/a288_11-eratosthenes-experiment-2.html

http://www.edumedia-sciences.com/a287_11-eratosthene.html

E.7. : Régler le dispositif, en agissant sur l'orientation de la boule sphérique (on ne touchera pas à la lampe), de façon à ce que l'ombre de t_1 soit de taille quasi nulle. L'ombre de t_2 doit suivre un méridien. Mesurer la taille L (soit l'arc BD) de cette ombre à l'aide d'une ficelle puis d'une règle. Mesurer la longueur h de t_2 à l'aide d'un réglet.

S.8. : Faire un schéma du dispositif expérimental. On notera A (resp. B) le point d'intersection de la tige t_1 (resp. t_2) avec la demi-sphère en polystyrène, C (resp. N) désignera l'extrémité de la tige t_2 (resp. t_1).

S.9. : Tracer les rayons lumineux passant par A et par C . Soit D le point d'intersection du rayon passant par C et de la demi-sphère. Soit α l'angle que fait le rayon incident avec la verticale, en B . Où le retrouve-t-on?

Pour terminer, tracer le segment tangent à la boule en B et appeler l'extrémité E son intersection avec le rayon (CD).

Q.10. : A-t-on besoin de la longueur de t_1 pour nos calculs ? On pourra également mesurer au réglet le diamètre de la boule et en déduire son rayon R (soit OA).

3) Exploitation des résultats

3.1. : Calcul approché

Q.11. : Dans cette partie, on suppose que la distance L' de B à E est à peu près égale à L . Donner deux expressions reliant α à des grandeurs mesurées et à R_{cal} , que l'on cherche à calculer. En déduire la valeur de R_{cal} .

Q.12. : Déterminer l'écart relatif entre la valeur expérimentale de R_{cal} et sa valeur mesurée directement R_{mes} :

$$\frac{\Delta R}{R} = \frac{R_{mes} - R_{cal}}{R_{mes}}$$

3.2. : Validité de cette approximation pour notre mesure et pour celle d' Eratosthène

Q.13. : L'approximation d'Eratosthène consiste en le calcul approché développé précédemment. Pourquoi n'obtient-on pas pour la sphère de polystyrène un aussi bon résultat qu'Eratosthène pour le rayon terrestre?

Q.14. : Comparer votre résultat pour R avec la valeur attendue (celle que vous avez mesurée directement). Est-elle inférieure ou supérieure à cette dernière ? Vous pourrez comparer vos résultats avec les autres binômes. Donnez une explication.



Eratosthène de Cyrène

T.P. P 2 : Mesure du rayon de la Terre par la méthode d'Erathostène

Poste central

- Rétroprojecteur
- 3 mètres à ruban
- Demi-sphère d'Erathostène + lampe quartz-iode + condenseur

Paillasse élèves

- Ordinateur + Internet
- Demi-sphère d'Erathostène + lampe quartz-iode + condenseur (si possible)
- Papier millimétré