# T.P. P7 : Ondes stationnaires

*Les **oscillations libres** d'une corde de guitare sont **une superposition de ses modes propres de vibration.** En modifiant la taille de la corde ou sa tension, on change les fréquences de ses modes propres et le son émis par la guitare.*

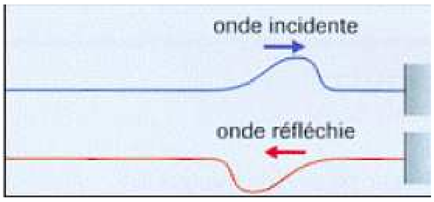
## I.- Réflexion d'une onde sur un obstacle fixe unique

*On a mis en évidence l'existence de modes de vibration propres pour une corde tendue entre deux points fixes. On va interpréter ces observations en termes de propagation d'onde.*

### 1) Onde incidente et onde réfléchie

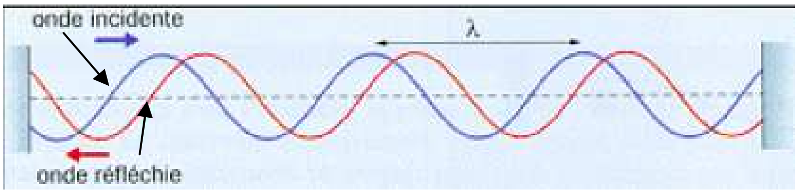
#### 1.1. : Cas d'une onde progressive quelconque

C.1. : On considère une onde transversale progressive se propageant le long d'une corde dont une extrémité est fixe (voir simulation sur l'ordinateur). L'onde est appelée **onde incidente**.




Lorsqu'elle atteint l'extrémité de la corde, elle s'y réfléchit. L'**onde réfléchie** se propage dans le sens opposé à celui de l'onde incidente avec la **même célérité** (en négligeant le phénomène d'amortissement). Elle a la **même forme** que l'onde incidente mais elle est « retournée » : tout se passe comme si l'onde faisait demi-tour et était transformée en son opposée.
A l'extrémité fixe de la corde, l'élongation de l'onde réfléchie est opposée à l'élongation de l'onde incidente quelle que soit la date t.

#### 1.2. : Cas d'une onde progressive sinusoïdale




C.2. : Lorsque l'onde progressive est sinusoïdale, l'onde réfléchie possède les mêmes caractéristiques que précédemment mais en plus, elle a **même fréquence** que l'onde incidente.

### 2) Onde stationnaire

C.3. : L'onde incidente est maintenant une onde progressive sinusoïdale de fréquence f. Sa célérité est v et sa longueur d'onde :

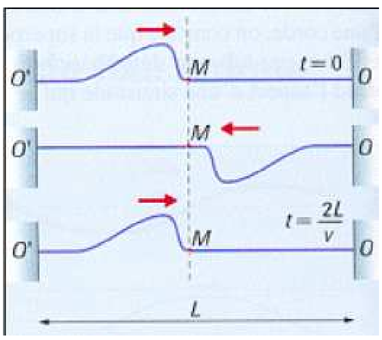
$\boldsymbol{\lambda = v / f}$ (voir cours ondes).

Elle se réfléchit à l'extrémité fixe B de la corde. L'onde réfléchie se propage alors dans le sens contraire de l'onde incidente.
L'onde incidente et l'onde réfléchie se superposent : en tout point M, l'élongation de la corde à la date t est la somme des élongations dues à l'onde incidente et à l'onde réfléchie.
La superposition des ondes incidente et réfléchie génère une onde qualifiée de stationnaire (**qui ne se propage pas**).
L'enveloppe de l'onde stationnaire est constituée de **fuseaux**. Un fuseau est centré sur un ventre, et deux noeuds voisins forment ses extrémités.
L'onde résultant de la superposition de l'onde incidente sinusoïdale et de l'onde réfléchie est une **onde stationnaire** : un point de la corde ne produit pas le mouvement d'un autre point avec un retard : **il n'y a pas de propagation**.

## II.- Réflexion d'une onde sur deux obstacles fixes

### 1) Onde progressive quelconque

C.4. : La corde de longueur L est maintenant tendue entre deux extrémités fixes A et B. Une onde progressive transversale, appelée onde 1, de forme quelconque, se propage de A vers B avec la célérité v. Elle se réfléchit en B, se propage de B vers A, se réfléchit en A et se propage à nouveau de A vers B donnant ainsi une nouvelle onde progressive appelé onde 2... En un point




quelconque M de la corde, l'onde 2 est en retard de $\tau$ sur l'onde 1. Ce retard est égal à la durée de la propagation de l'onde sur le trajet $M \to B \to A \to M$ :

$$\tau = 2L/v$$

Comme les inversions de signe dues aux réflexions en A et en B se compensent, les ondes 1 et 2 seront identiques en M, à toute date t, à condition qu'elles soient périodiques de période $T = \tau$ soit **: $\boldsymbol{T = 2L/v}$.**
La longueur L de la corde fixée à ses deux extrémités impose, un caractère périodique de période T = 2L/v aux allers et retours d'une onde progressive de forme quelconque.

### 2) Onde progressive sinusoïdale

C.5. : L'onde 1 est maintenant une onde progressive sinusoïdale de période T. Les ondes 1 et 2 donneront la même élongation au point M, à toute date t, à condition que le retard $\tau$ soit un multiple de la période T : $\boldsymbol{\tau = nT}$, où $n \in$ IN.
Comme $\tau = 2L/v$ alors : $2\,L/v = nT$ ; soit $\mathbf{2L = nvT = n\lambda}$ où $n \in$ IN.
La longueur L de la corde impose des valeurs 2 L/v quantifiées aux longueurs d'onde $\lambda$ des ondes progressives sinusoïdales qui s'y propage en se superposant : $2L = n\lambda$, où $n \in$ IN.

### 3) Quantification des modes propres

#### 3.1. : Longueurs d'onde des modes propres

C.6. : Un mode propre de vibration est une onde stationnaire résultant de la superposition de deux ondes progressives sinusoïdales, de longueur d'onde $\lambda$ se propageant en sens inverse entre les deux points fixes de la corde.
La longueur d'onde $\lambda$ d'une onde progressive sinusoïdale sur une corde fixée à ses deux extrémités est **quantifiée**. Une onde stationnaire ne pourra apparaître sur la corde de longueur L que si la longueur d'onde $\lambda$ obéit à la relation : $\mathbf{2L = n\,\lambda}$**, où** $\mathbf{n \in}$ **IN.**
Il s'établit alors une **onde stationnaire résonante.**

S.7. : Représenter l'aspect d'une corde de Melde avec établissement d'une onde stationnaire résonante dans le mode fondamental, harmonique d'ordre 1, d'ordre 3.

#### 3.2. : Fréquences des modes propres

C.8. : La quantification des longueurs d'onde des ondes stationnaires sur la corde implique la quantification des fréquences propres : $\mathbf{f_n = nv/2L}$
C.9. : Si la corde est excitée sinusoïdalement à une fréquence f, il apparaît une onde stationnaire uniquement pour des valeurs de f égales aux fréquences des modes propres. Les extrémités A et B sont des noeuds de vibration et entre les deux, il apparaît n fuseaux de longueur égale $\lambda/2$ : on retrouve ainsi la relation $L = n\lambda/2$

#### 3.3. : Célérité des ondes transversales sur une corde

C.10. : La célérité v d'une onde transversale se propageant sur une corde tendue est avec T : tension de la corde et $\mu$ sa masse linéique (masse par unité de longueur). Ce milieu de propagation n'est pas dispersif

### 4) Oscillations libres d'une corde tendue entre deux obstacles fixes

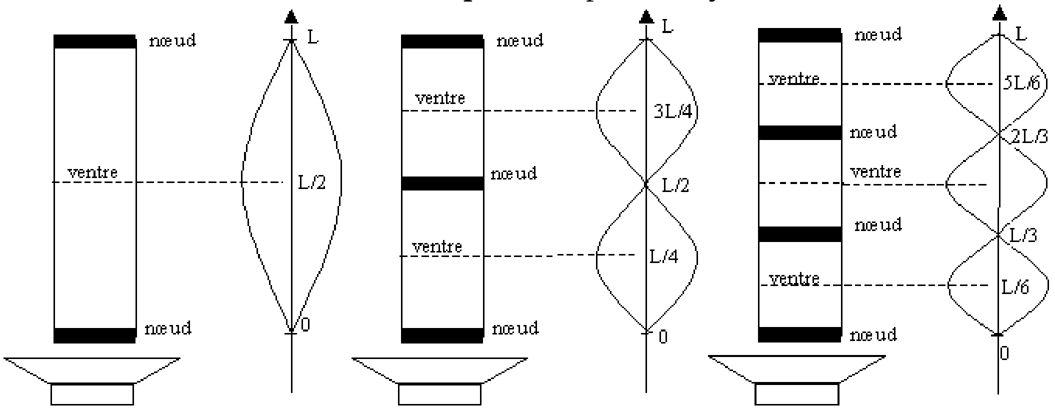
C.11. : Les oscillations libres d'une corde de guitare sont une superposition des différents modes propres de vibrations de la corde c. **La fréquence f du son émis est sensiblement égale à celle du fondamental** : $f = v/2L$. La forme initiale que l'on donne à la corde en la pinçant influence fortement l'importance de chacun des modes propres mais ne modifie pas la valeur de f.

## III.- Cas de la vibration d'une colonne d'air

### 1) Mise en évidence d'ondes stationnaires dans une colonne d'air

Un HP alimenté par un GBF est placé devant l'embouchure d'un long tuyau de longueur L ouvert à ses deux extrémités.
C.12. : Un maximum d'amplitude de vibration sonore correspond à un minimum de pression $\Delta P$ et un minimum de l'amplitude correspond à un maximum de pression $\Delta P$. **Les ventres et noeuds de pression sont opposés aux ventres et noeuds de vibration de l'air**. En effet dans les zones de haute pression l'air ne vibre que très peu, et inversement dans les zones de basse pression l'air vibre beaucoup (pour se faire une idée de cette différence, on pourra consulter le site : http://www.walter-fendt.de/ph14f/stlwaves_f.htm).

Nœuds et ventres **de pression** pour le tuyau ouvert :



### 2) Oscillations libres

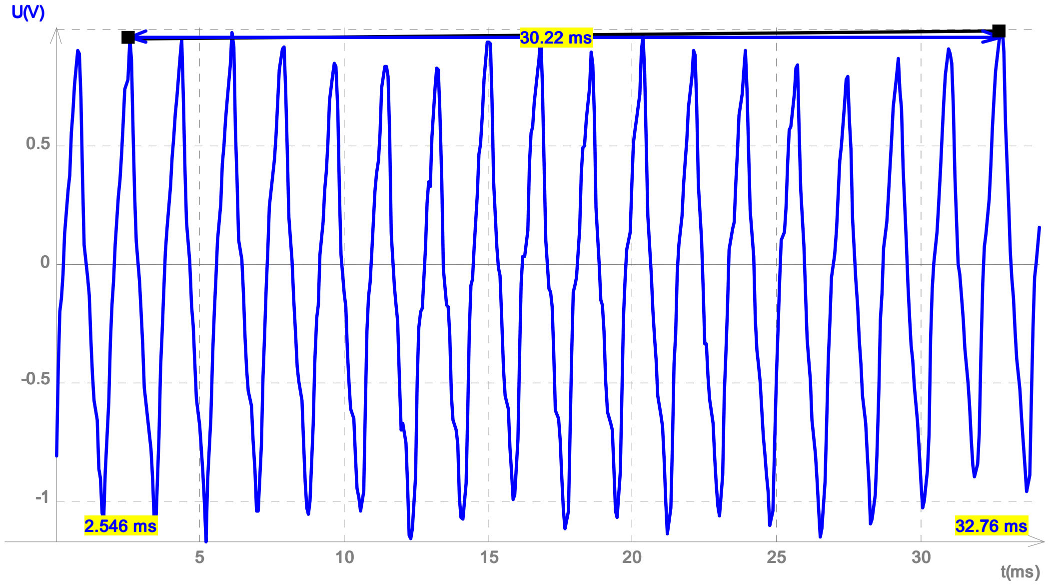
#### 4.1. : Colonne d'air ouverte à une extrémité : la flûte de pan

E.13. : On a enregistré le son émis par la flûte de pan quand on souffle dans un de ses tuyaux (fermé à une extrémité) de longueur L = 15 cm. Il vibre alors librement

En considérant qu'il s'agit de son fondamental faire figurer sur le schéma les fuseaux correctement placés.

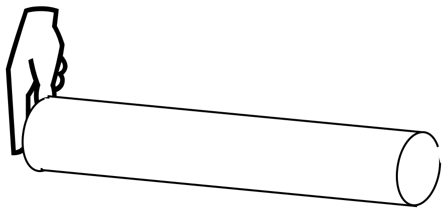
Q.14. : En déduire l'expression de f en fonction de L et de v et calculer sa valeur théorique.

Q.15. : Mesurer la période et en déduire la fréquence expérimentale. Comparer.




#### 4.2. : Colonne ouverte à ses 2 extrémités

E.16. : En frappant une des extrémités du tuyau avec un doigt, ce qui permet de considérer que les deux extrémités restent ouvertes, on entend un son d'une certaine hauteur:



En changeant de longueur de tuyau on produit des sons d'autant plus graves que le tuyau est long.

E.17. : Pour aller plus loin, l'utilisation d'un micro et d'un système d'enregistrement permet d'obtenir la fréquence du fondamental du son émis :

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Longueur du tuyau (cm) | 16,6 | 22,1 | 33,2 | 66,4 |
| fréquence du fondamental (kHz) | 1,02 | 0,77 | 0,51 | 0,25 |

On admettra que le son émis a une fréquence égale au fondamental

Q.18. : Compléter le schéma ci dessus avec les fuseaux correctement placés pour le fondamental

Q.19. : Quelle relation mathématique peut on envisager entre la fréquence du fondamental et la longueur du tuyau ? Justifier.

Q.20. : Montrer que l'on peut en déduire une mesure de la vitesse du son