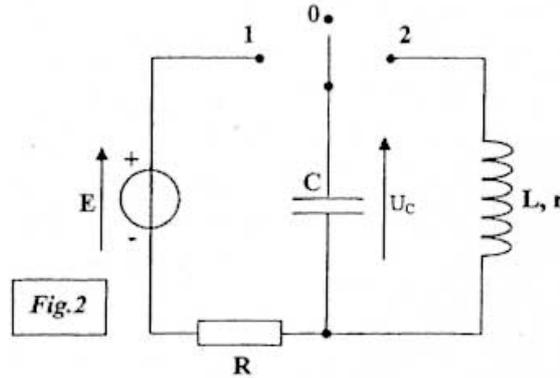
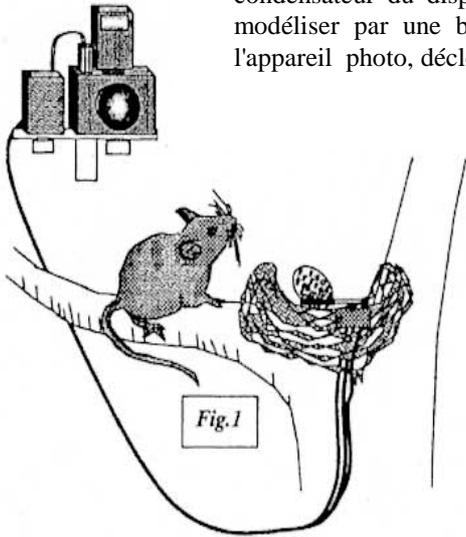


**Exercice 1 : Le piège photo ( / 5 pts.)**

Cet exercice étudie le principe de fonctionnement d'un piège photo réalisé par un ornithologue afin d'identifier le prédateur d'une espèce d'oiseaux en voie de disparition.

Un œuf de caille posé sur un commutateur à bascule sert d'appât dans un vieux nid (**Fig.1**). Lorsque le prédateur prélève l'œuf, le commutateur bascule de la position 0 à la position 2 (**Fig.2**). Le condensateur du dispositif, initialement chargé, se décharge dans un électroaimant que l'on peut modéliser par une bobine d'inductance  $L$  et de résistance interne  $r$ . L'électroaimant, placé sur l'appareil photo, déclenche alors la prise de vue.



Le circuit de charge (**Fig.2**), outre le condensateur de capacité  $C$ , est constitué d'un conducteur ohmique de résistance  $R$  et d'un générateur idéal de tension de force électromotrice  $E = 8,0 \text{ V}$ .

**I – Armement du dispositif**

Le dispositif s'arme en plaçant le commutateur en position 1 pendant la durée nécessaire à la charge du condensateur. Cette opération réalisée, l'œuf est déposé sur le bras du commutateur à bascule qui est ainsi maintenu en position 0.

1. Recopier soigneusement le schéma du circuit de charge du condensateur sur votre copie. Indiquer sur ce schéma le sens réel du courant lors de la charge du condensateur.

Établir l'équation différentielle vérifiée par la tension  $u_C(t)$  aux bornes du condensateur lors de sa charge.

Vérifier que cette équation différentielle est de la forme 
$$u_C(t) + \tau \frac{du_C(t)}{dt} = E .$$

En déduire l'expression de la constante  $\tau$  en fonction des paramètres du circuit.

2. Montrer par une analyse dimensionnelle que le constante  $\tau$  est homogène à un temps.
3. Déduire de l'équation différentielle la valeur  $U_C$  de  $u_C(t)$  en régime permanent.
4. Montrer que l'expression  $u_C(t) = A.(1 - e^{-t/\tau})$  est solution de l'équation différentielle à condition que la constante  $A$  soit égale à la valeur  $E$  de la force électromotrice du générateur.
5. Montrer que pour une durée égale à  $5\tau$  on peut considérer que la charge du condensateur est totale.
6. Un enregistrement de la tension  $u_C(t)$  a été réalisé (**graphique 1, annexe à rendre avec la copie**). Évaluer le plus précisément possible la valeur de  $\tau$  sur cet enregistrement en expliquant la méthode utilisée.

En déduire la durée minimale durant laquelle l'opérateur doit maintenir l'interrupteur en position 1 afin de réaliser la charge du condensateur.

**II - Déclenchement du piège**

Lorsque l'œuf est prélevé par le prédateur, le commutateur bascule de la position 0 dans laquelle l'opérateur l'avait placé après la charge du condensateur, à la position 2.

Un enregistrement de la tension  $u_C(t)$  aux bornes du condensateur est réalisé lors de l'étude de ce dispositif (**graphique 2, annexe à rendre avec la copie**).

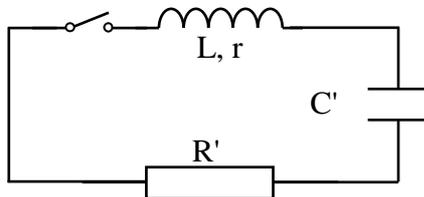
1. On admet que la décharge du condensateur dans la bobine de l'électroaimant est apériodique. C'est l'énergie transférée qui provoque le déplacement du barreau de l'électroaimant. Le " temps de réaction " du piège peut être caractérisé par la durée notée  $t_{1/2}$  au bout de laquelle la tension du condensateur est réduite de moitié. Déterminer cette durée caractéristique en exploitant l'enregistrement (**graphique 2, annexe**).
2. Afin que le barreau de l'électroaimant soit éjecté et percute avec la meilleure efficacité le déclencheur de l'appareil photo, l'énergie initialement emmagasinée par le condensateur doit être la plus importante possible.

En justifiant vos choix, indiquer, parmi les paramètres ci-dessous, quels sont ceux sur lesquels on peut agir pour atteindre cet objectif :

- la force électromotrice  $E$  du générateur idéal de tension,
- la capacité  $C$  du condensateur,
- la résistance  $R$ .

### III - Détermination de l'inductance $L$ de la bobine qui constitue l'électroaimant

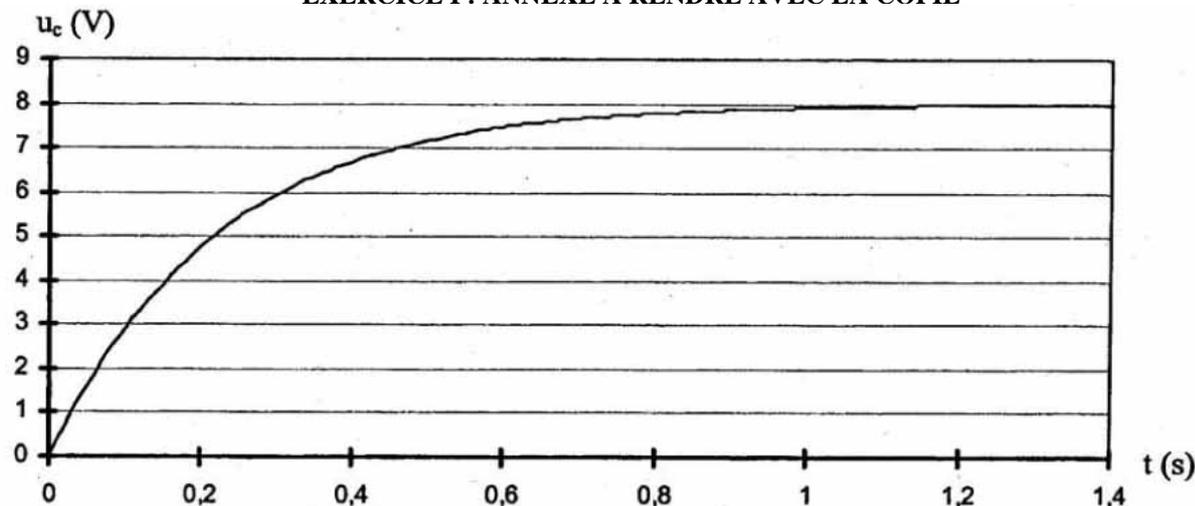
Afin de déterminer l'inductance  $L$  de la bobine qui constitue l'électroaimant, on place cette bobine en série avec un condensateur de capacité  $C' = 10 \text{ nF}$  initialement chargé sous une tension de  $6 \text{ V}$  et une résistance  $R'$  tel que  $(R' + r) = 50 \Omega$ , le circuit ainsi constitué est représenté ci-dessous :



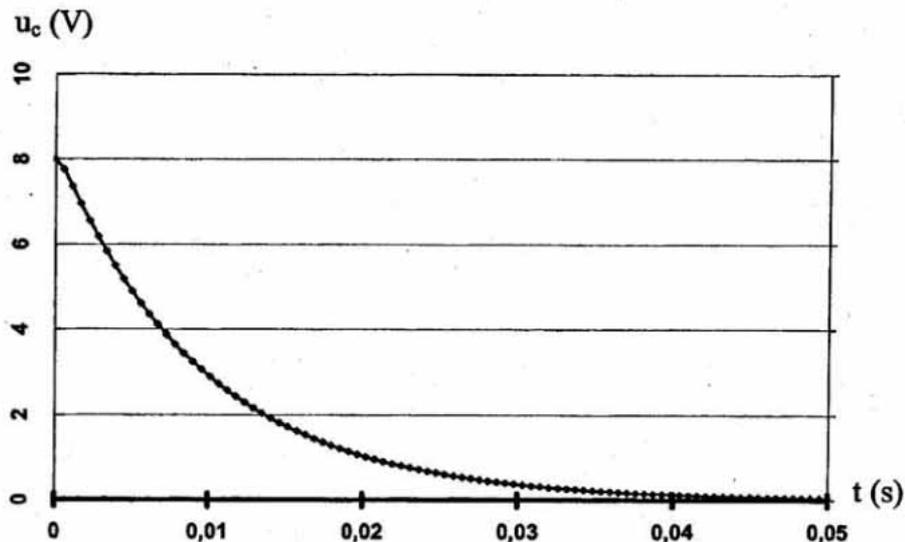
L'évolution de la tension aux bornes du condensateur a été enregistrée à la fermeture de l'interrupteur, elle figure sur le **graphique n° 3 de l'annexe**.

1. Comment nomme-t-on le régime correspondant à cette évolution de la tension  $u_C(t)$  aux bornes du condensateur.
2. Utiliser l'enregistrement pour déterminer l'inductance  $L$  de la bobine. Justifier votre démarche.

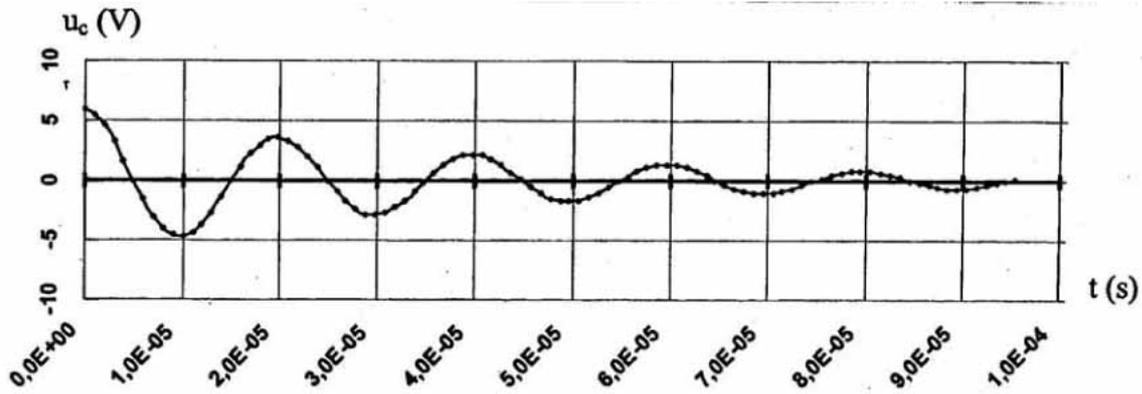
#### EXERCICE I : ANNEXE À RENDRE AVEC LA COPIE



Graphique 1 : Évolution de la tension  $u_C$  aux bornes du condensateur lors de sa charge.



Graphique 2 : Evolution apériodique de la tension  $u_C$  aux bornes du condensateur lors de sa décharge dans la bobine de l'électroaimant.



Graphique 3 : Évolution de la tension  $u_c$  aux bornes du condensateur.

**Exercice 2 : Chute d'une bille dans la glycérine ( / 5 pts.)**

La glycérine connue aussi sous le nom du glycérol se présente sous la forme d'un liquide transparent, visqueux, incolore et non toxique.

On se propose dans cet exercice de déterminer dans une première partie, la valeur expérimentale de la viscosité de ce liquide. La deuxième partie, théorique, utilise une méthode numérique pour simuler le mouvement de chute d'une bille dans ce liquide.

**1. Mesure de la viscosité  $\eta$  de la glycérine**

La viscosité désigne la capacité d'un fluide à s'écouler. Elle dépend fortement de la température.

Pour mesurer la viscosité de la glycérine, on utilise un dispositif appelé viscosimètre **R**  $\approx$  HOEPLER (ou viscosimètre à chute de bille).

Il se compose d'un long tube de verre vertical, rempli du liquide étudié, dans lequel on laisse tomber une bille sphérique en acier de diamètre calibré.

La durée de chute  $\Delta t'$  correspondant à une distance de chute  $h$  connue est mesurée à l'aide de deux capteurs reliés à un chronomètre électronique. Les deux capteurs sont repérés par les positions  $R_1$  et  $R_2$  comme le montre le schéma de la figure 1 ci-contre.

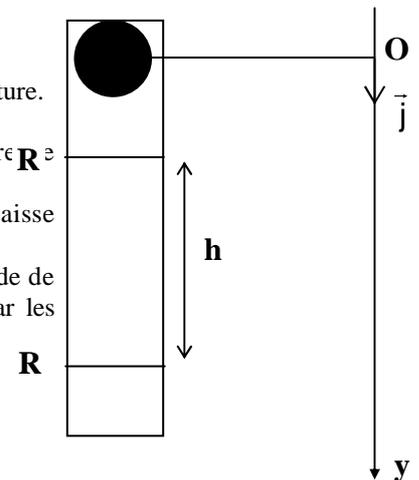


Figure 1

**Données :**

Rayon de la bille :  $r = 5,00 \text{ mm}$

Masse volumique de la bille :  $\rho = 7,80 \cdot 10^3 \text{ kg.m}^{-3}$

Masse volumique de la glycérine :  $\rho_0 = 1,26 \cdot 10^3 \text{ kg.m}^{-3}$

Intensité de la pesanteur :  $g = 9,81 \text{ m.s}^{-2}$

Volume d'une sphère :  $V = \frac{4}{3} \pi r^3$

On étudie le mouvement de la bille dans le référentiel terrestre (considéré comme galiléen) muni d'un repère  $(O, \vec{j})$ . O est l'origine du repère. Son vecteur unitaire  $\vec{j}$  est vertical et orienté vers le bas. La bille totalement immergée dans le liquide, est abandonnée du point O sans vitesse initiale.

1.1. Représenter sur un schéma, sans souci d'échelle, les forces appliquées à la bille en mouvement dans le liquide : son poids  $\vec{P}$ , la poussée d'Archimède  $\vec{P}_A$  et la force de frottement fluide  $\vec{f}$ .

1.2. Exprimer littéralement la valeur  $P$  du poids de la bille en fonction de  $\rho$ ,  $V$  et  $g$ .

1.3. Exprimer la valeur  $P_A$  de la poussée d'Archimède en fonction de  $\rho_0$ ,  $V$  et  $g$ .

1.4. Lors de sa chute, la bille atteint rapidement sa vitesse limite  $v_{lim}$  avant son passage au niveau du repère  $R_1$ .

1.4.1. Quel est le mouvement de la bille entre les deux repères  $R_1$  et  $R_2$ ? Justifiez votre réponse.

1.4.2. Quelle est alors la relation vectorielle liant les forces appliquées à la bille ? Justifiez votre réponse.

1.5. Dans le cas du fluide étudié, la force de frottement est proportionnelle à la vitesse de chute de la bille :

$$\vec{f} = -6\pi\eta r \vec{V} \quad \text{où } \eta \text{ est la viscosité de la glycérine.}$$

1.5.1. À la suite d'une analyse dimensionnelle, donner l'unité de  $\eta$ .

1.5.2. En projetant la relation vectorielle établie dans la question 1.4.2 suivant le repère  $(O, \vec{j})$ , montrer que la viscosité  $\eta$  du fluide étudié s'exprime par la relation :  $\eta = \frac{2r^2 g (\rho - \rho_0)}{9v_{lim}}$

1.6. On mesure la durée de chute de la bille en mouvement rectiligne uniforme entre les repères R<sub>1</sub> et R<sub>2</sub> distants d'une hauteur h = 40,0 cm. On obtient Δt' = 1,66 s à la température θ = 20°C.

1.6.1. Calculer la vitesse limite v<sub>lim</sub> de la bille.

1.6.2. En déduire la valeur expérimentale de la viscosité n de la glycérine à la température d'étude.

1.6.3. La valeur théorique de la viscosité de la glycérine à cette température est η<sub>thé</sub> = 1,49 SI.

En effectuant un calcul d'écart relatif, comparer la valeur trouvée expérimentalement de la viscosité η de la glycérine à sa valeur théorique.

## 2. Étude théorique du mouvement de la bille

À l'instant choisi comme origine des dates, la bille est abandonnée sans vitesse initiale au point O.

2.1. En utilisant la deuxième loi de Newton, montrer que l'équation différentielle liant la vitesse de la bille et sa dérivée par rapport au temps est de la forme :

$$\frac{dv}{dt} + Av = B \text{ avec } A = 34,4 \text{ s}^{-1} \text{ et } B = 8,23 \text{ m.s}^{-2}.$$

Identifiez les expressions des termes A et B dans cette équation.

2.2. En déduire la valeur de la vitesse limite atteinte par la bille. Est-elle en accord avec la valeur trouvée expérimentalement dans la question 1.6.1.?

2.3. À quelle grandeur physique le rapport 1/A correspond-il ? Même question pour le paramètre B.

2.4. La courbe d'évolution de la vitesse au cours du temps est représentée sur la **FIGURE 2 DE L'ANNEXE**. Elle a été obtenue par résolution de l'équation différentielle précédente par la méthode numérique itérative d'Euler. Cette méthode permet de calculer, pas à pas, de façon approchée, les valeurs de la vitesse instantanée v<sub>i</sub> et de l'accélération a<sub>i</sub> à l'instant t<sub>i</sub>. Pour ce calcul, on a utilisé les relations suivantes :

$$v(t_i) = v(t_{i-1}) + a(t_{i-1}) \cdot \Delta t \text{ où } \Delta t \text{ est le pas d'itération du calcul.}$$

$$a(t_i) = B - A \cdot v(t_i)$$

Un extrait de la feuille de calcul est donné par le tableau 1 ci-dessous :

t <sub>i</sub> (s)	v(m.s <sup>-1</sup> )	a(m.s <sup>-2</sup> )
0,020	0,127	3,86
0,025	0,146	3,20
0,030		2,65
0,035	0,175	
0,040	0,186	1,82

Tableau 1

2.4.1. Quel est le pas Δt utilisé pour les calculs ?

2.4.2. En utilisant la méthode d'Euler, calculer la vitesse v<sub>6</sub> à la date t = 0,030 s et l'accélération a<sub>7</sub> à la date t = 0,035 s.

2.5. La courbe v = f(t) représentée sur la **FIGURE 2 DE L'ANNEXE**, permet de mettre en évidence deux régimes distincts pour le mouvement de la bille. Ces deux régimes sont séparés par le trait en pointillé vertical dessiné sur le graphe.

2.5.1. Compléter les cases de la **FIGURE 2 DE L'ANNEXE** en identifiant ces deux régimes.

2.5.2. Déterminer graphiquement le temps caractéristique τ en prenant soin d'expliquer votre méthode.

### ANNEXE À RENDRE AVEC LA COPIE

Questions 2.5.1 et 2.5.2

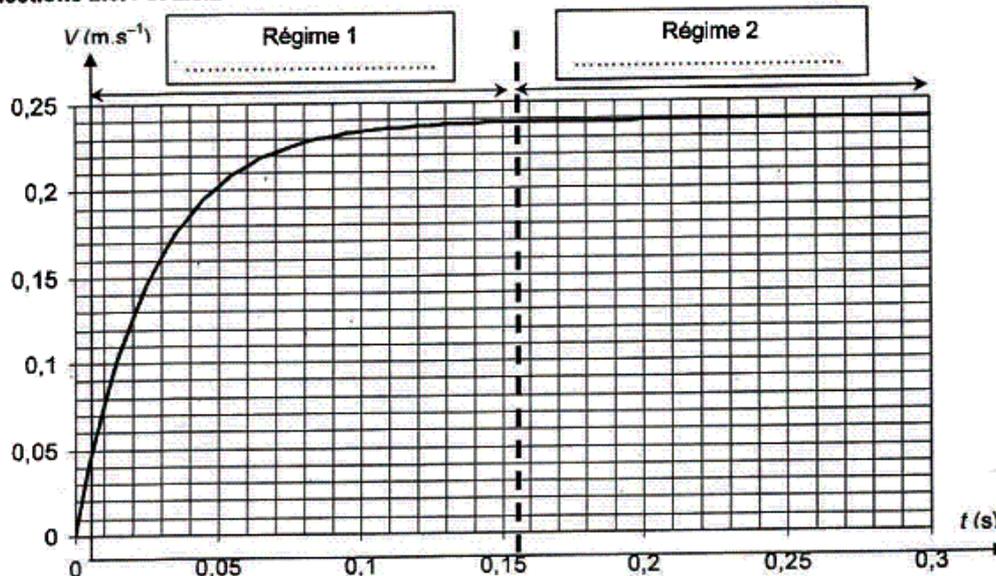


Figure 2

### Exercice 3 : Le dihydrogène pour la protection de l'environnement ( / 6 pts.)

#### Les parties 1 et 2 sont indépendantes

Le principe de la pile à combustible, une technique déjà ancienne, consiste à utiliser du dihydrogène pour stocker et transporter l'énergie. En effet le dihydrogène semble être le carburant par excellence pour les véhicules du futur, face aux préoccupations environnementales croissantes.

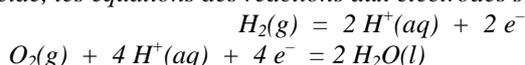
Une pile à combustible est un assemblage de cellules élémentaires, en nombre suffisant pour assurer la production électrochimique d'électricité dans les conditions de tension et d'intensité voulues.

#### 1. Principe de fonctionnement d'une cellule élémentaire

De façon générale, le fonctionnement électrochimique d'une cellule élémentaire de pile à combustible peut être schématisé selon le schéma **DE L'ANNEXE À RENDRE AVEC LA COPIE**.

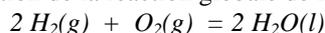
Chaque cellule élémentaire est constituée de deux compartiments disjoints alimentés chacun en gaz réactifs dioxygène et dihydrogène. Les deux électrodes sont séparées par l'électrolyte, solution qui laisse circuler les ions. Du platine est inséré dans les deux électrodes poreuses.

1.1. Pour cette pile acide, les équations des réactions aux électrodes s'écrivent :



Des deux gaz réactifs préciser quel est le réducteur et quel est l'oxydant. Justifier la réponse.

Montrer que l'équation de la réaction globale de fonctionnement s'écrit :



1.2. Pour l'environnement quel est l'avantage d'une pile à combustible utilisant le dihydrogène par rapport à un carburant classique ?

1.3. Des électrodes 1 ou 2, quelle est celle appelée « cathode » ? Justifier.

1.4. Indiquer sur le schéma le sens de circulation des électrons. En déduire à quelle électrode correspond le pôle positif de la pile et à quelle électrode correspond le pôle négatif.

1.5. Le platine inséré dans les deux électrodes poreuses joue le rôle de catalyseur. Définir un catalyseur.

1.6. Une cellule élémentaire fonctionne pendant une durée  $\Delta t = 192 \text{ h}$  et débite un courant d'intensité considérée constante  $I = 300 \text{ A}$ . En utilisant les équations des réactions se produisant aux électrodes, calculer la quantité de matière de chacun des gaz réactifs nécessaire au fonctionnement d'une cellule élémentaire.

On donne la constante d'Avogadro  $N_A = 6,02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$ , la charge électrique élémentaire  $e = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$ .

#### 2. Principe de production du dihydrogène par électrolyse au laboratoire

Une pile à combustible, pendant les phases de production, doit être alimentée en continu par du combustible, la plupart du temps du dihydrogène, et en comburant, le plus souvent du dioxygène, présent à près de 20 % dans l'air ambiant.

Le dihydrogène n'est pas une source d'énergie naturelle. Il faut produire du dihydrogène en émettant le moins de pollution possible. Plusieurs possibilités sont étudiées : à partir de carburants fossiles, de biomasse, d'algues vertes ou de bactéries, de l'électrolyse de l'eau. L'électrolyse peut se concevoir comme un moyen de production simple mais coûteux.

2.1. Au laboratoire on peut produire du dihydrogène en électrolysant une solution aqueuse de sulfate de sodium de concentration molaire en soluté apporté  $c = 1,0 \text{ mol.L}^{-1}$ .

Pour obtenir cette solution, on dissout le sulfate de sodium  $Na_2SO_{4(s)}$  dans de l'eau distillée. Le volume de solution obtenue est  $V = 500 \text{ mL}$ .

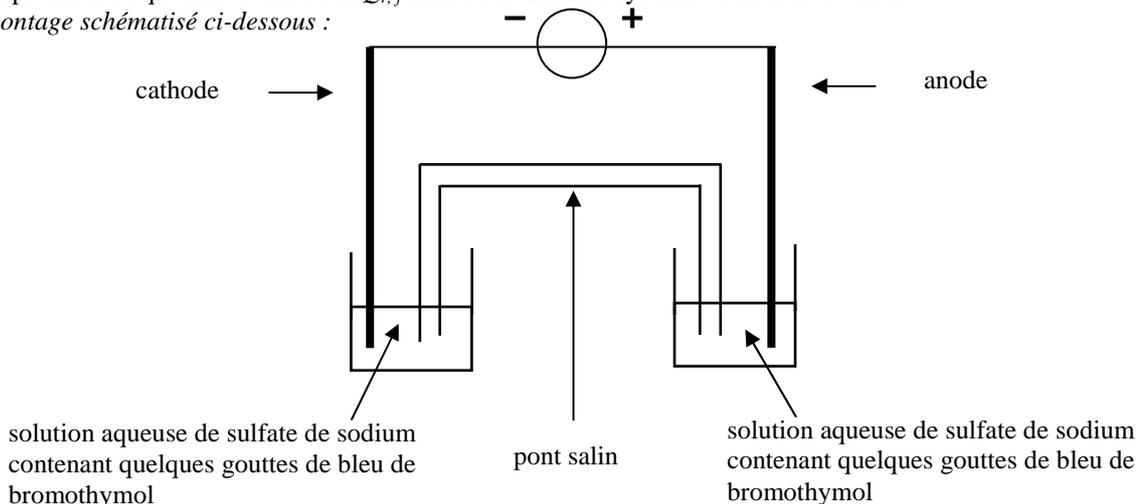
2.1.1. Écrire l'équation de la réaction de dissolution du sulfate de sodium solide.

2.1.2. Compléter **littéralement**, en fonction de  $c$ ,  $V$  et  $x_f$  le tableau descriptif de l'évolution du système au cours de la transformation chimique reproduit **DANS L'ANNEXE, À RENDRE AVEC LA COPIE**.

2.1.3. Sachant que dans l'état final de la transformation la quantité de matière d'ions sodium obtenue est de  $1,0 \text{ mol}$  en déduire l'avancement final de la réaction. La transformation est-elle totale ?

2.2. Donner l'expression du quotient de réaction  $Q_{r,f}$  dans l'état final du système. Calculer sa valeur.

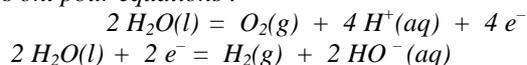
2.3. On réalise le montage schématisé ci-dessous :



Deux petits cristallisoirs sont remplis de la solution aqueuse de sulfate de sodium précédente à laquelle on a ajouté quelques gouttes de bleu de bromothymol. Ils sont reliés l'un et l'autre par un pont salin. Les deux électrodes, respectivement dans chacun des deux cristallisoirs, sont reliées à un générateur de tension. Avant de mettre en fonctionnement le générateur, on observe que les deux solutions contenues dans les cristallisoirs sont vertes. Une fois l'électrolyse lancée, on observe que les solutions contenues dans les cristallisoirs prennent des teintes différentes.

On donne pour le bleu de bromothymol : zone de virage : 6,0 – 7,6 ; teinte jaune pour la forme acide ; teinte bleue pour la forme basique.

Les deux réactions ayant lieu aux électrodes ont pour équations :



2.3.1. Quelle est la réaction qui a lieu à l'anode ?

Quelle est la réaction qui a lieu à la cathode ?

2.3.2. Quelle couleur prend la solution du côté de la cathode ? du côté de l'anode ?

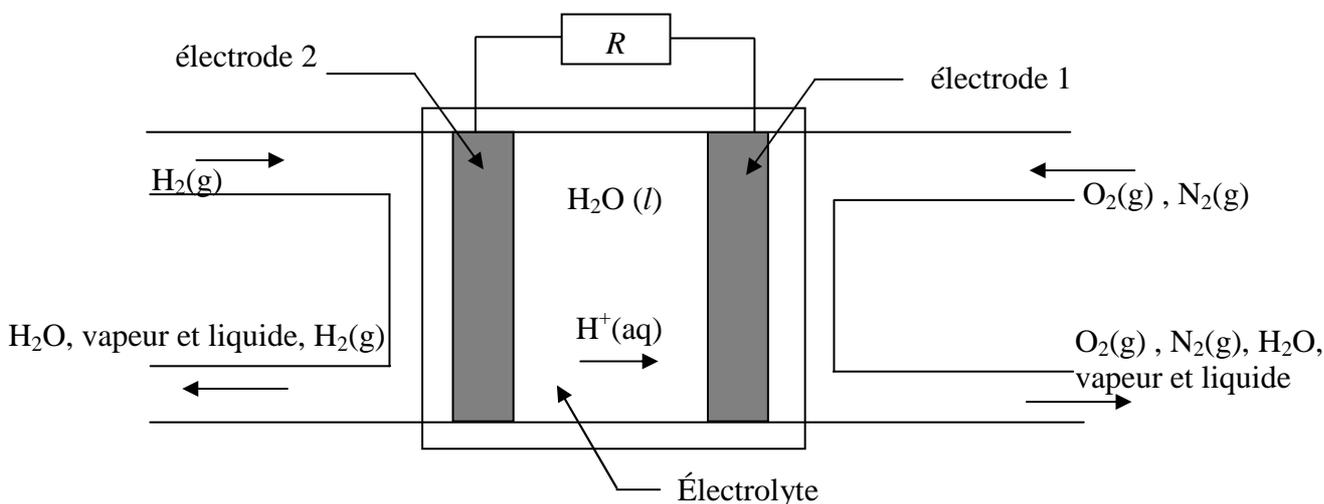
2.3.3. Écrire l'équation de réaction qui a lieu lors de l'électrolyse.

2.3.4. L'électrolyse terminée on transvase dans un becher les deux solutions contenues dans chacun des cristallisoirs.

Théoriquement, quelle sera la teinte finale de la solution obtenue ? Justifier par un raisonnement qualitatif à l'aide des quantités de matière.

En fait le dioxyde de carbone dissous dans l'eau distillée peut modifier la teinte théorique attendue.

### ANNEXE EXERCICE 3



**TABLEAU**

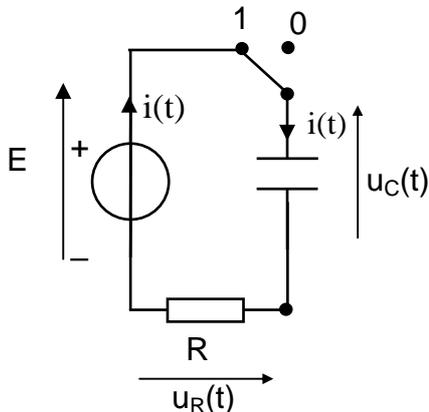
Équation de la réaction	$\text{Na}_2\text{SO}_4(s) = \quad +$		
État du système	Avancement (en mol)	Quantités de matière (en mol)	
État initial	0		
État au cours de la transformation	$x$		
État final	$x_f$		

## Correction D.S. n°6

### Exercice 1 :

#### I – Armement du dispositif

1. Circuit de charge :



Équation différentielle vérifiée par  $u_C(t)$  lors de la charge :

Loi d'additivité des tensions:  $u_C(t) + u_R(t) = E$  (1)

Compte tenu du sens positif choisi pour le courant :  
la loi d'Ohm donne:  $u_R(t) = R \cdot i(t)$

d'autre part  $i(t) = \frac{dq(t)}{dt}$  et  $q = C \cdot u_C(t)$

C étant constante, il vient  $i(t) = C \cdot \frac{du_C(t)}{dt}$ ,

donc  $u_R(t) = R \cdot C \cdot \frac{du_C(t)}{dt}$

En reportant dans (1):

$$u_C(t) + R \cdot C \cdot \frac{du_C(t)}{dt} = E$$

L'équation différentielle est bien de la forme  $u_C(t) + \tau \cdot \frac{du_C(t)}{dt} = E$ .

Par identification, on peut déduire l'expression de la constante  $\tau$  :

$$\tau = R \cdot C$$

2. On a:  $i(t) = C \cdot \frac{du_C(t)}{dt}$  d'où l'équation aux dimensions:  $[C] = \frac{[I] \cdot [T]}{[U]}$

De même:  $u_R(t) = R \cdot i(t)$  donne:  $[R] = \frac{[U]}{[I]}$

Donc:  $[\tau] = [R] \cdot [C] = \frac{[U]}{[I]} \cdot \frac{[I] \cdot [T]}{[U]} = [T]$

La constante  $\tau$  est bien homogène à un temps.

3. En régime permanent,  $u_C(t)$  est constante:  $u_C(t) = U_C = Cte$  donc  $\frac{du_C(t)}{dt} = 0$

L'équation différentielle:  $u_C(t) + \tau \cdot \frac{du_C(t)}{dt} = E$  donne alors:  $U_C = E = 8,0 \text{ V}$ .

4. Soit  $u_C(t) = A \cdot (1 - e^{-t/\tau})$  une solution de l'équation différentielle.

$\frac{du_C(t)}{dt} = \frac{A}{\tau} e^{-t/\tau}$ , on remplace dans l'équation différentielle :

$$A \cdot (1 - e^{-t/\tau}) + \tau \cdot \frac{A}{\tau} e^{-t/\tau} = E$$

$$A - A \cdot e^{-t/\tau} + A \cdot e^{-t/\tau} = E$$

on vérifie ainsi que  $A = E$ .

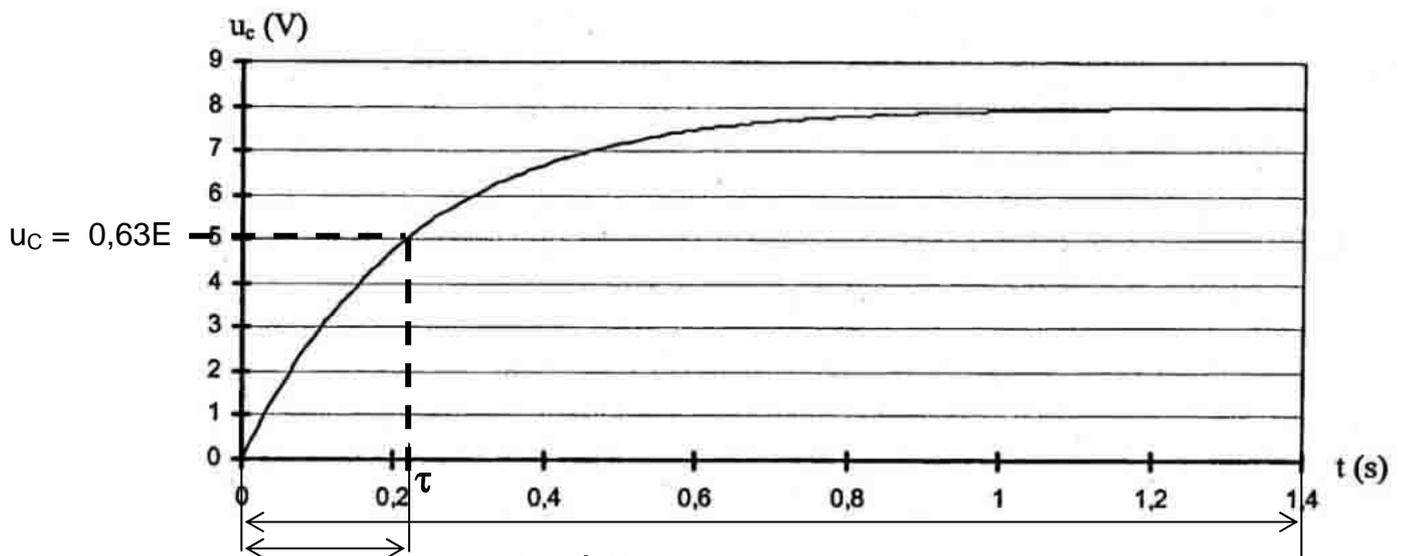
5. Pour  $t = 5\tau$  on a:  $u_C(5\tau) = E \cdot (1 - e^{-5}) = 0,99E \approx E$

Donc pour une durée égale à  $5\tau$  on peut considérer que la charge du condensateur est totale.

6. La méthode de la tangente à l'origine étant peu précise, on utilisera la méthode suivante :

Pour  $t = \tau$ ,  $u_C(\tau) = E \cdot (1 - e^{-1}) = 0,63 \cdot E$ .

La droite  $u_C(\tau) = 0,63 \times 8,0 = 5,0 \text{ V}$  coupe la courbe  $u_C(t)$  en un point d'abscisse  $t = \tau$ .\*



On détermine l'échelle du graphique 1 :

$$1,4 \text{ s} \rightarrow 13,9 \text{ cm}$$

$$\tau \text{ s} \rightarrow 2,2 \text{ cm}$$

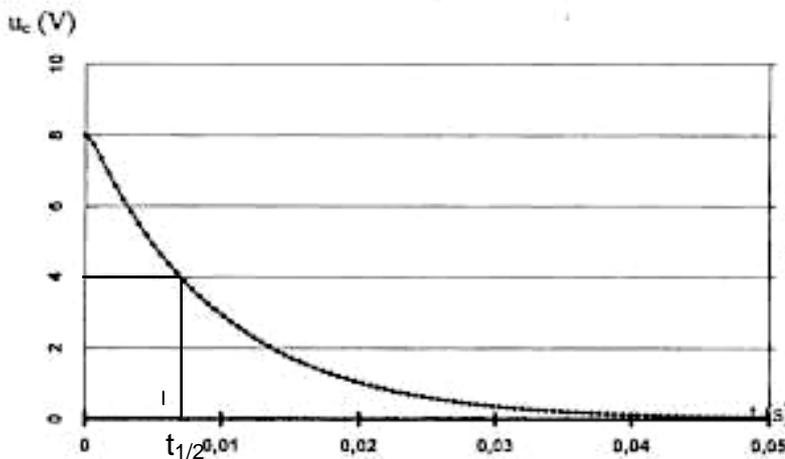
$$\text{donc } \tau = \frac{2,2 \times 1,4}{13,9} = \boxed{0,22 \text{ s.}}$$

La durée minimale  $\Delta t$  durant laquelle l'opérateur doit maintenir l'interrupteur en position 1 afin de réaliser la charge du condensateur est  $\Delta t = 5\tau$ .

$$\text{Soit } \Delta t = 5 \times 0,22 = 1,1 \text{ s.}$$

## II - Déclenchement du piège

1.  $t_{1/2}$  est la durée au bout de laquelle la tension aux bornes du condensateur est réduite de moitié. On a :  $u_c(0) = 8,0 \text{ V}$ . Donc pour  $t = t_{1/2}$ ,  $u_c(t_{1/2}) = 8,0 / 2 = 4,0 \text{ V}$ .



Graphique 2 : Évolution apériodique de la tension  $u_c$  aux bornes du condensateur lors de sa décharge dans la bobine de l'électroaimant.

Graphiquement on peut estimer  $t_{1/2}$  à 7 ms.

Cette durée est courte, ainsi on est sûr de photographier le prédateur.

2. L'énergie initialement emmagasinée par le condensateur doit être la plus importante possible.

Or l'énergie électrique stockée par un condensateur de capacité  $C$  chargé par la tension  $E$  est :

$$\frac{1}{2} C E^2$$

il faut alors :

- **augmenter** la valeur de la force électromotrice  $E$  du générateur idéal de tension,
- **et/ ou augmenter** la valeur de la capacité  $C$  du condensateur.

La valeur de la résistance  $R$  n'a aucun effet sur l'énergie stockée par le condensateur.

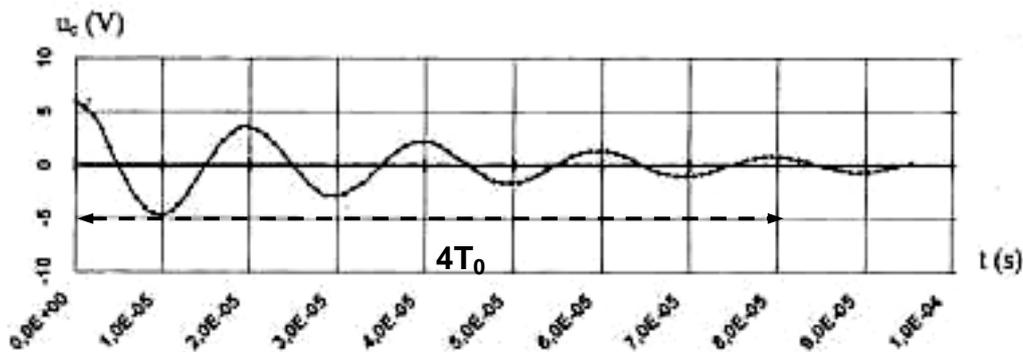
Mais n'oublions pas que **le piège doit se déclencher rapidement**. Si on augmente  $C$ , on augmente la constante de temps du circuit de décharge, et  $t_{1/2}$  augmente. Alors on risque de ne pas pouvoir prendre en photo le prédateur.

Donc le seul paramètre sur lequel on doit agir est la force électromotrice du générateur (à augmenter).

### III - Détermination de l'inductance L de la bobine qui constitue l'électroaimant

1. Le régime correspondant à l'évolution de la tension  $u_C(t)$  aux bornes du condensateur est appelé **régime pseudo-périodique**.
2. En considérant que l'on peut confondre la pseudo-période T du régime pseudo-périodique avec la période propre  $T_0$  du circuit LC' idéal (résistance totale  $R'+r$  nulle), on a :

$$T = T_0 = 2\pi\sqrt{L.C'}$$



Le graphe donne **Graphique 3** : Évolution de la tension  $u_C$  aux bornes du condensateur.

$$T_0 = 2\pi\sqrt{L.C'}$$

$$T_0^2 = 4.\pi^2.L.C'$$

$$L = \frac{T_0^2}{4.\pi^2.C'}$$

$$L = \frac{(2,0.10^{-5})^2}{4\pi^2 \times 10.10^{-9}} = 1,0.10^{-3} \text{ H} = 1,0 \text{ mH.}$$

#### Exercice 2 :

1. Mesure de la viscosité  $\eta$  de la glycérine

1.1. Voir schéma.

1.2. Poids de la bille :  $P = m_{\text{bille}} \cdot g$ . or  $\rho = \frac{m_{\text{bille}}}{V}$  donc  $P = \rho \cdot V \cdot g$

1.3. Poussée d'Archimède :  $P_A = m_{\text{gly}} \cdot g$ . où  $m_{\text{gly}}$  est la masse de glycérol déplacé par la bille, d'où  $P_A = \rho_0 \cdot V \cdot g$ .

1.4.1. La vitesse limite est atteinte avant le passage au niveau de  $R_1$ . Entre les deux repères  $R_1$  et  $R_2$ , le vecteur vitesse  $\vec{v}$  de la bille est constant (norme  $v = v_{\text{lim}}$ , direction selon l'axe  $Oy$  et sens celui de  $\vec{j}$ ). La bille a un mouvement rectiligne et uniforme.

1.4.2. La première loi de Newton (principe d'inertie) indique que les forces se compensent.

Alors  $\Sigma \vec{F}_{\text{ext}} = \vec{0}$   $\boxed{\vec{P} + \vec{P}_A + \vec{f} = \vec{0}}$

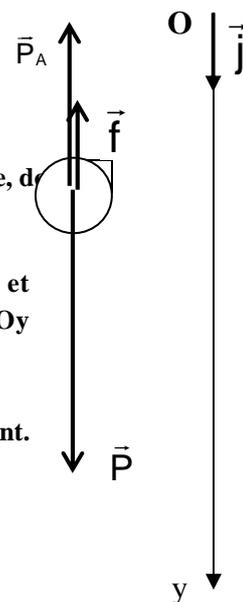
1.5.1. On a :  $f = 6\pi\eta.r.v$

Analyse dimensionnelle : 
$$[\eta] = \frac{[f]}{[r] \cdot [v]} = \frac{[m] \cdot [a]}{[r] \cdot [v]} = \frac{M.L.T^{-2}}{L.L.T^{-1}} = M.L^{-1}.T^{-1}$$

Donc  $\eta$  s'exprime en  $\text{kg.m}^{-1}.\text{s}^{-1}$ .

1.5.2.  $\vec{P} + \vec{P}_A + \vec{f} = \vec{0}$

$$\Leftrightarrow \rho \cdot V \cdot g \vec{j} - \rho_0 \cdot V \cdot g \vec{j} - 6\pi \eta \cdot r \cdot v_{\text{lim}} \vec{j} = \vec{0}$$



en projection sur l'axe (y'y) on a :

$$\Leftrightarrow \rho \cdot V \cdot g - \rho_0 \cdot V \cdot g - 6\pi \cdot \eta \cdot r \cdot v_{\text{lim}} = 0$$

$$\Leftrightarrow V \cdot g \cdot (\rho - \rho_0) = 6\pi \cdot \eta \cdot r \cdot v_{\text{lim}}$$

$$\Leftrightarrow \eta = \frac{V \cdot g}{6\pi \cdot r \cdot v_{\text{lim}}} \cdot (\rho - \rho_0)$$

Or :  $V = \frac{4}{3} \pi r^3$  donc en reportant :  $\eta = \frac{4}{3} \pi r^3 \cdot \frac{g}{6\pi \cdot r \cdot v_{\text{lim}}} \cdot (\rho - \rho_0)$  finalement :  $\eta = \frac{2r^2 \cdot g \cdot (\rho - \rho_0)}{9v_{\text{lim}}}$

1.6.1.  $v_{\text{lim}} = \frac{h}{\Delta t'}$

$$v_{\text{lim}} = \frac{40,0 \times 10^{-2}}{1,66} = 0,241 \text{ m.s}^{-1}$$

1.6.2.  $\eta = \frac{2r^2 \cdot g \cdot (\rho - \rho_0)}{9v_{\text{lim}}}$

$$\eta = \frac{2 \times (5,00 \times 10^{-3})^2 \times 9,81 \times (7,80 \times 10^3 - 1,26 \times 10^3)}{9 \times 0,241} = 1,48 \text{ kg.m}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$$

1.6.3.  $\eta_{\text{thé}} = 1,49 \text{ SI}$ .

écart relatif :  $100 \times \frac{|\eta_{\text{thé}} - \eta|}{\eta_{\text{thé}}} = 100 \times \frac{|1,49 - 1,48|}{1,49} = 0,7 \%$ .

2. Étude théorique du mouvement de la bille

2.1. On applique la deuxième loi de Newton à la bille, de masse m, dans le référentiel du laboratoire, supposé galiléen :

$$\Sigma \vec{F}_{\text{ext}} = m \cdot \vec{a} \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{P}_A + \vec{f} = m \cdot \vec{a}$$

$$\Leftrightarrow \rho \cdot V \cdot g \cdot \vec{j} - \rho_0 \cdot V \cdot g \cdot \vec{j} - 6\pi \cdot \eta \cdot r \cdot v \cdot \vec{j} = \rho \cdot V \cdot \frac{d\vec{v}}{dt}$$

en projection sur (y'y) :  $\rho \cdot V \cdot g - \rho_0 \cdot V \cdot g - 6\pi \cdot \eta \cdot r \cdot v = \rho V \cdot \frac{dv}{dt}$

en divisant par ( $\rho \cdot V$ ), il vient :  $\frac{dv}{dt} = g - \frac{\rho_0}{\rho} \cdot g - \frac{6\pi \cdot \eta \cdot r}{\rho \cdot V} \cdot v = g \cdot \left(1 - \frac{\rho_0}{\rho}\right) - \frac{6\pi \eta r}{\rho V} \cdot v$

en identifiant avec l'équation :  $\frac{dv}{dt} + \underbrace{\frac{6\pi \eta r}{\rho V}}_A \cdot v = \underbrace{g \cdot \left(1 - \frac{\rho_0}{\rho}\right)}_B$  on a :  $A = \frac{6\pi \cdot \eta \cdot r}{\rho \cdot V}$  et  $B = g \cdot \left(1 - \frac{\rho_0}{\rho}\right)$

Remarque : on peut vérifier les valeurs de A et B proposées dans le sujet :

$$A = \frac{6\pi \times 1,49 \times 5,00 \times 10^{-3}}{7,80 \times 10^3 \times \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot (5,00 \times 10^{-3})^3} = 34,4 \text{ s}^{-1} \quad B = 9,81 \times \left(1 - \frac{1,26 \times 10^3}{7,80 \times 10^3}\right) = 8,23 \text{ m.s}^{-2}$$

2.2. Vitesse limite atteinte par la bille :  $v = v_{\text{lim}} = \text{cte}$  alors  $\frac{dv}{dt} = 0$  donc  $A \cdot v_{\text{lim}} = B$  soit  $v_{\text{lim}} = \frac{B}{A}$

$$v_{\text{lim}} = \frac{8,23}{34,4} = 0,239 \text{ m.s}^{-1} \quad \text{or} \quad \text{en 1.6.1. on a mesuré } v_{\text{lim,exp}} = 0,241 \text{ m.s}^{-1}$$

La valeur  $v_{\text{lim}}$  est en accord la valeur expérimentale  $v_{\text{lim,exp}}$  : écart relatif de 0,8 %.

2.3. Le rapport  $1/A$  s'exprime en s (car A s'exprime en  $\text{s}^{-1}$ ). Donc A est homogène à une durée : A correspond à la durée caractéristique de chute de la bille dans la glycérine.

Considérons l'équation différentielle à la date  $t = 0$  s :  $\left(\frac{dv}{dt}\right)_{t=0} + A \cdot v(t=0) = B$

La bille est lâchée sans vitesse initiale  $v(t=0) = 0$  donc  $\left(\frac{dv}{dt}\right)_{t=0} = B$

Donc B correspond à l'accélération de la bille à la date  $t = 0$  s.

2.4.1. Le pas  $\Delta t$  est :  $\Delta t = t_{i+1} - t_i = 0,025 - 0,020 = 0,005 \text{ s} = 5 \text{ ms}$ .

2.4.2. méthode d'Euler :  $v_6 = v_5 + a_5 \Delta t$

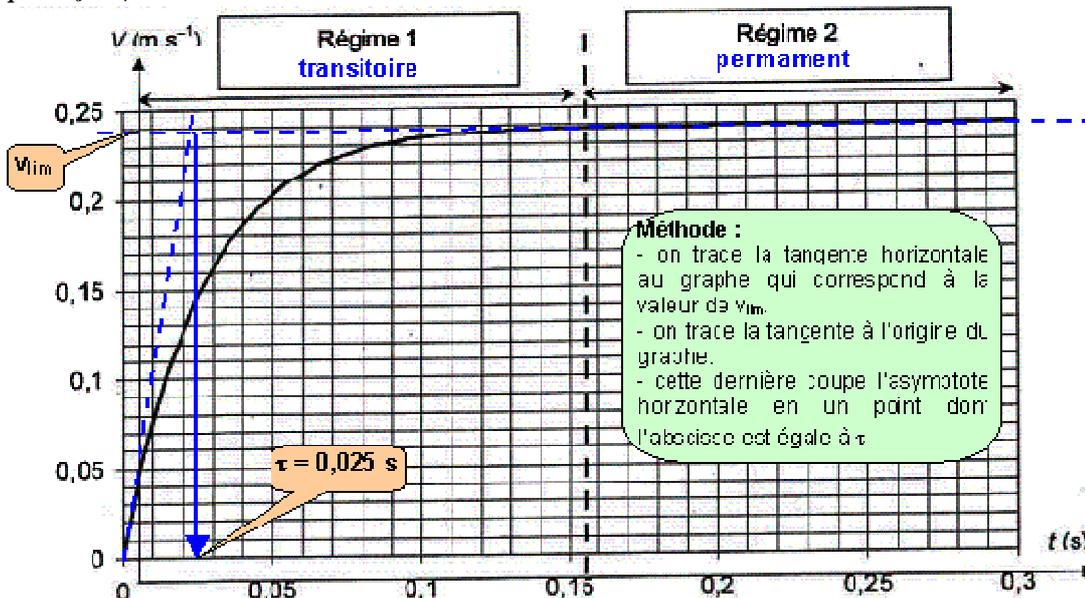
$$v_6 = 0,146 + 3,20 \times 5 \times 10^{-3} = 0,162 \text{ m.s}^{-1} \text{ (en gardant le même nombre de chiffres significatifs que ceux du tableau).}$$

$$a_7 = (B - A.v_7)$$

$$a_7 = 8,23 - 34,4 \times 0,175 = 2,21 \text{ m.s}^{-2}$$

Les valeurs calculées pour  $v_6$  et  $a_7$  sont cohérentes avec celles du tableau.

2.5.1. & 2.5.2.



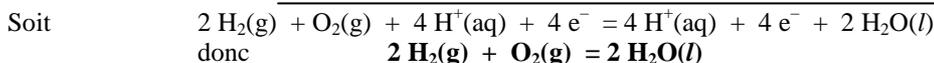
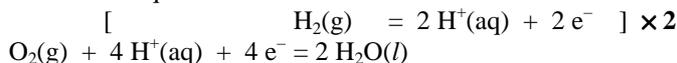
**Exercice 3 :**

1.1. Le dihydrogène subit une oxydation c'est donc le **réducteur**.

le dioxygène subit une réduction c'est donc l'**oxydant**.

Il y a autant d'électrons consommés que d'électrons produits,

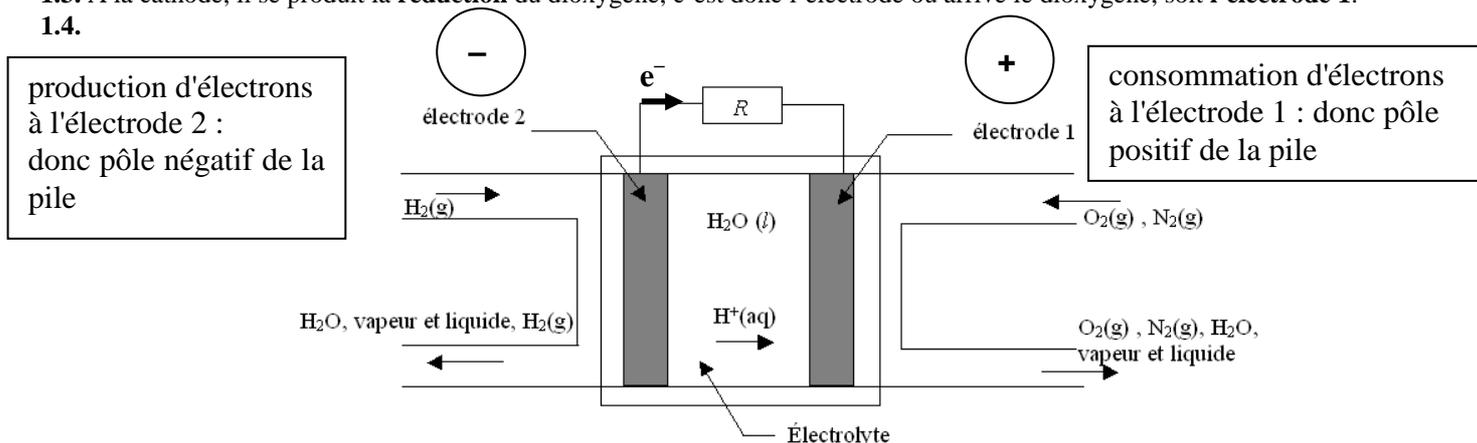
la réaction d'oxydation a lieu deux fois quand la réaction de réduction a lieu une fois.



1.2. La réaction libre de l'eau, qui **n'est pas toxique**, contrairement aux gaz d'échappement usuels ( $\text{NO}_x$ ,  $\text{C}_x\text{H}_y$ , etc.). Il est à noter que la vapeur d'eau est un gaz qui contribue de façon très importante à l'effet de serre.

1.3. A la cathode, il se produit la **réduction** du dioxygène, c'est donc l'électrode où arrive le dioxygène, soit l'**électrode 1**.

1.4.



1.5 Un catalyseur est une espèce chimique qui augmente la vitesse de réaction, sans apparaître dans le bilan de l'équation. Il ne modifie pas l'avancement final de la transformation mais permet de l'atteindre plus rapidement.

1.6. **2 méthodes sont proposées pour répondre à cette question:**

➤ **Méthode 1:** Quantité d'électricité produite  $Q = I \cdot \Delta t = n_e \cdot N_A \cdot e$  avec  $n_e$  quantité de matière d'électrons ayant circulé. Soit  $n_e =$

$$\frac{I \cdot \Delta t}{N_A \cdot e}$$

**A l'anode:**  $\text{H}_2(\text{g}) = 2 \text{H}^+(\text{aq}) + 2 \text{e}^-$  donc  $n_{\text{H}_2}$  consommée =  $\frac{n_e}{2}$  produite

$$n_{\text{H}_2} \text{ consommée} = \frac{I \cdot \Delta t}{2 \cdot N_A \cdot e}$$

$$n_{H_2} = \frac{300 \times 192 \times 3600}{2 \times 6,02 \cdot 10^{23} \times 1,6 \cdot 10^{-19}} = 1076 \text{ mol}$$

$$\text{soit } n_{H_2} = 1,1 \times 10^3 \text{ mol}$$

**A la cathode:**  $O_2(g) + 4 H^+(aq) + 4 e^- = 2 H_2O(l)$  donc  $n_{O_2}$  consommée =  $\frac{n_{e^-}}{4}$  consommée

$$n_{O_2} \text{ consommée} = \frac{I \Delta t}{4 N_A e} = \frac{300 \times 192 \times 3600}{4 \times 6,02 \cdot 10^{23} \times 1,6 \cdot 10^{-19}} = 538 \text{ mol}$$

soit  $n_{O_2}$  consommée =  $5,4 \times 10^2$  mol

ou plus rapide: d'après l'équation chimique de fonctionnement de la pile  $\frac{n_{H_2}}{2} = n_{O_2}$

### ➤ Méthode 2:

Au niveau microscopique, à chaque fois que la réaction:  $2 H_2(g) + O_2(g) = 2 H_2O(l)$  a lieu une fois, ce sont 4 électrons qui circulent dans le circuit extérieur.

Au niveau macroscopique, la quantité d'électricité qui circule est égale à  $Q = 4 \cdot x \cdot F$  où  $x$  est l'avancement de la réaction globale (en mol) et  $F$  la quantité d'électricité portée par une mole d'électrons (en coulombs).

or  $F = N_A \cdot e$  donc  $Q = 4 \cdot x \cdot N_A \cdot e$  d'autre part  $Q = I \cdot \Delta t$ , donc  $x = \frac{I \cdot \Delta t}{4 N_A \cdot e}$ .

D'après l'équation globale:  $n_{H_2 \text{ conso}} = 2x = \frac{I \cdot \Delta t}{2 N_A \cdot e} = \frac{300 \times 192 \times 3600}{2 \times 6,02 \times 10^{23} \times 1,6 \times 10^{-19}} = 1076 \text{ mol}$

soit  $n_{H_2} = 1,1 \times 10^3$  mol

et  $n_{O_2 \text{ conso}} = x = \frac{I \cdot \Delta t}{4 N_A \cdot e} = 538 \text{ mol}$  soit  $n_{O_2}$  consommée =  $5,4 \cdot 10^2$  mol

2.1.1.  $Na_2SO_4(s) = 2 Na^+(aq) + SO_4^{2-}(aq)$

2.1.2. Équation de la réaction	$Na_2SO_4(s) = 2 Na^+(aq) + SO_4^{2-}(aq)$			
État du système	Avancement (en mol)	Quantités de matière (en mol)		
État initial	0	$c \times V$	0	0
État au cours de la transformation	$x$	$c \times V - x$	$2x$	$x$
État final	$x_f$	$c \times V - x_f$	$2x_f$	$x_f$

2.1.3.  $n(Na^+_{(aq)}) = 2x_f$

$$\text{Soit } x_f = \frac{n_{Na^+_{(aq)}}}{2} = \frac{1,0}{2} = 0,50 \text{ mol}$$

Si la transformation est totale, le sulfate de sodium est totalement consommé  $n_{Na_2SO_4} - x_{max} = 0$

$$\text{soit } x_{max} = c \times V = 1,0 \times 0,500 = 0,50 \text{ mol}$$

$x_f = x_{max}$  donc la transformation est totale.

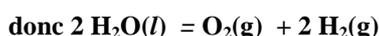
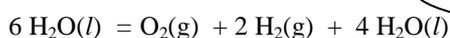
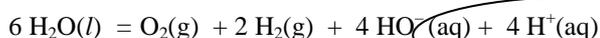
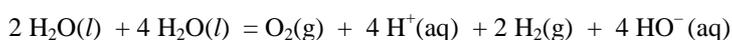
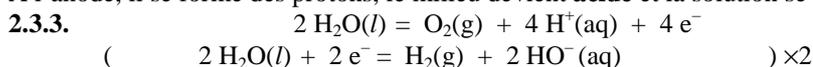
$$2.2. Q_{r,f} = [Na^+_{(aq)}]_f^2 \cdot [SO_4^{2-}]_f = \left(\frac{2 \cdot x_f}{V}\right)^2 \cdot \frac{x_f}{V} = 4 \frac{x_f^3}{V^3} = 4 \times \frac{0,50^3}{0,500^3} = 4,0$$

2.3.1. A l'anode il se produit une **oxydation**, soit :  $2 H_2O(l) = O_2(g) + 4 H^+(aq) + 4 e^-$

A la cathode il se produit une **réduction**, soit :  $2 H_2O(l) + 2 e^- = H_2(g) + 2 HO^-(aq)$

2.3.2. À la cathode il se forme des anions hydroxyde, le milieu devient **basique**, le bleu de bromothymol colore en **bleu** la solution.

A l'anode, il se forme des protons, le milieu devient **acide** et la solution se colore en **jaune**.



2.3.4. D'après les demi-équations, l'oxydation produit 4 protons  $H^+_{(aq)}$  lorsque la réduction produit 4 anions hydroxyde  $HO^-_{(aq)}$ . Ces ions réagissent pour former de l'eau et le milieu devrait être neutre, la solution prendra une **teinte verte** (teinte sensible du BBT).